

くわしすぎる 構造力学演習

II

図解法と変形

編

彰国社

岡田 章 + 宮里直也

くわしすぎる
構造力学演習

II

図解法と変形
編

岡田 章 + 宮里直也

はじめに

美しくて安全な建築物の構造を考えることは、時間を忘れるほど楽しい、創造的な活動です。この構造デザインに携わるためには、構造力学の基礎知識とそれを通じて得られる感覚が必須となります。

ところが、構造力学に苦手意識を持つ人が少なくありません。構造力学の修得には、高校の物理や数学の知識は、ほとんど不要であるにもかかわらず、不思議なことです。大学で構造力学を教えていると、学生が構造力学から離れていく瞬間を感じるがあります。学生をつまずきの時期や理由は様々ですが、共通しているのは、理屈は理解していても、いざ演習問題に向かうと解けなくなる、あるいは意欲的に解こうとしない、ということが挙げられます。

これが本シリーズを書くに至った理由です。本文は、構造力学の理論的な解説をできるだけ省略し、問題を解くことを通じて、構造力学の楽しさを味わいながら自然と理論が身に付くことを目的としています。そのため、問題を解く手順を最初に提示し、この定められた手順に従って〈基本問題〉を解く、といった構成となっています。基本問題は一級建築士レベルのものを選んであります。ぜひ、一級建築士レベルの問題がいかにか簡単に解けるか、を味わってください。

具体的にいうと、章の冒頭で解法の手順をまとめたものが〈Method〉、手順の肝^{こゝろ}を述べたのが〈Point〉です。そのあとに続く〈check〉（例題）はPointの理解度を確認するために設けてあります。

〈information〉はPointで紹介したことを有効に使うための背景や、基本問題を解くための公式など、知っておいてほしい内容をまとめたもので、必読事項です。〈Memo〉は、重要項目を改めて短くまとめたものです。この他、基本問題には〈Navi〉も設け、着眼点をまとめてあります。

〈Supplement〉には、理論的な背景や理解を深めるための補足をまとめてあります。余裕があれば読むことをお勧めします。各章末の〈challenges〉は一級建築士レベルを超えた問題で、応用問題と捉えていただいて結構です。

本シリーズを通じて構造力学のおもしろさに気づく人が少しでも増えることが著者たちの望みです。明日を担う構造エンジニアの誕生の一助になれば幸いです。

【目次】

005	1章	図解法でM図を描く
043	2章	トラスの軸力を求める
079	3章	トラスの変位を求める
103	4章	梁やラーメンの変形を求める
134	付録	図解法で反力を求める手順／ M_p から M_w を直接描く／ Q_p から Q_w を直接 描く／力の合成／力の分解

1章

図解法で
M図を描く

図解法でM図を描く

「図解法」とは……

数式を用いずに、モーメント図を描く方法を図解法と呼ぶ。本章では、基本問題を通じて、解法を学ぶ。

基礎知識

●図解法は、反力を求めるステップとM図を描くステップの2段階で行う。

→反力を求めるステップ:P134~135の付録でまとめた性状を参照してほしい。

●M図の図解法の原則 Ⅰ 一端から描き始め、1方向に描き続ける。

「どの力を対象として、どの部材のM図を描いているか」を常に意識する。

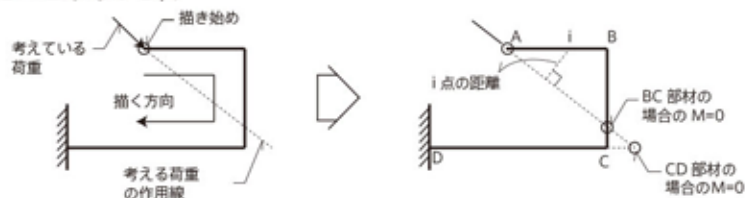
架構の端(どの端でもよい)から描き始めるのが原則。先に飛び越したり、逆戻りしたりするとダメ。描き始めは「部材のどちら側にM図を描くか」に注意する。

①引張り側に最初のMを描く。

②考えている力(の作用線)から離れるに従ってMは大きくなることを利用して、その後のMを描く(例えば、集中荷重ならMは直線状に増加する)。

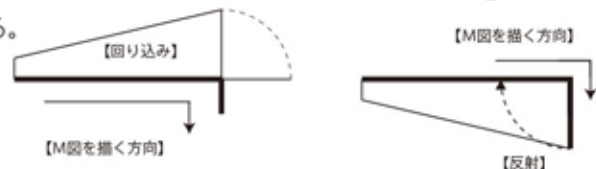
「部材のある点のMの大きさは、その点と作用線との距離(作用線に直交する距離が増えればモーメントも増える)」

③考えている力の作用線と部材の交点では、 $M=0$ となる(②で作用線からの距離がゼロとなるから)。



●M図の図解法の原則 Ⅱ 部材が折れ曲がったら。

①折れ曲がる点でM図の大きさは変わらない。「回り込み」か「反射」で新しい部材に伝わる。



②新しい部材と今考えている力の作用線はどこで交わるかを考える(原則 Ⅰより、その交点で $M=0$ となる)。作用線と部材が平行だったら、Mの大きさは一定。



●M図の図解法の原則 Ⅲ 新しい力が現れたら。

①今まで考えていた力と新しい力の合力を求める。新しい力が加わっている点より先は、合力によりM図を描く。

②合力の作用線と部材の交点($M=0$ となる点)を見つける。

③②の交点で $M=0$ となるように以降を描き進める。

※ただし、今までの力と新しい力が偶力の関係だったら、以降はその点のMの大きさを変化させずに描き進める。[基本問題2(c)]を参照。

method

- ① 反力を求める。 Point 1
- ② 荷重と反力の作用線を描く。 Point 2
- ③ 架構(支持方式)や荷重の種類に応じて、
「図解法の原則 Ⅰ」に従ってM図を描く。 Point 3 ~ Point 7

Point 1 反力

反力を求めた後は、支点をなくし反力と荷重のみが加わった「自由物体」と考えてよい。

※片持支持構造において、先端部からM図を描き始める場合

- 最初に反力を求めなくてもM図を描くことができる。
- 単純支持構造、3ピン構造は必ず最初に反力を求める。



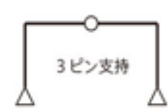
Point 2 作用線を描く

慣れないうちは、あらかじめ荷重や反力の作用線を描いておくとう便利。

←P134~135の付録を参照。

←自由物体とは、支点がない架構のみの図であり、荷重、反力、断面力は釣り合っている。このうち、架構を仮想的に切断した場合、断面力は切り口に生じる。

構造形式と荷重の組み合わせによる図解法のPoint

	集中荷重 ↓	等分布荷重 ↓↓↓↓↓	モーメント荷重 ↺↻
片持支持 	Point 3	Point 5	Point 6
単純支持 	Point 4		Point 7
3ピン支持 			

Point 3 「片持支持」+「集中荷重」のM図

- 先端からM図を描くときは、反力を求めなくてよい。
- P.6,7の基礎知識の「M図の図解法原則」に従ってM図を描く。

Point 4 「単純支持/3ピン構造」+「集中荷重」のM図

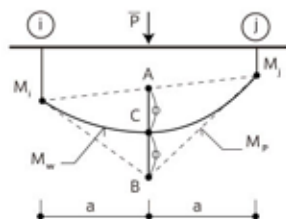
- 「図解法原則」に従ってM図を描く。

Point 5 「等分布荷重」のM図

- ①等分布荷重を集中荷重に変換して、集中荷重に対してM図を描く。



- ②集中荷重に対するM_p図を等分布荷重のM_w図に変換する。



←Point 3, 4

←詳細はP.136 [付録]を参照

←M_lとM_rを結ぶ直線の中点AとM_p図の折点Bとの中点CをM_wは通る。

Point 6 「片持支持」+「モーメント荷重」のM図

- 先端からM図を描いている場合、モーメント荷重が加わっている点から固定端までの間は、Mの大きさは一定となる。

Point 7 「単純支持/3ピン構造」+「モーメント荷重」のM図

- モーメント荷重が加わっている点でM図に段差が生じることが特徴。
- この段差をできるだけ正確に描くためには、工夫が必要となる。
- この工夫は「明らかにM=0となる箇所」を利用するものである。
- 具体的には[基本問題6][基本問題7(c)]を参照。

flame

「M=0になる箇所を見つける」

■ 荷重のないはね出し部分(片持部分)の場合



←切断法により、釣合いを考えれば、M=0になる理由は簡単には得られる。確認してみよう。

■ 片持梁で部材の途中に荷重がある場合

荷重から先端までの範囲はM=0となる。

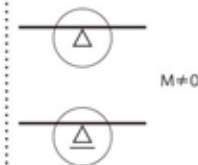
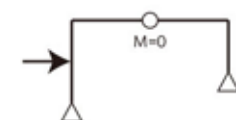


■ 架構の端部にあるピンまたはローラーで、モーメント荷重が加わっていない場合

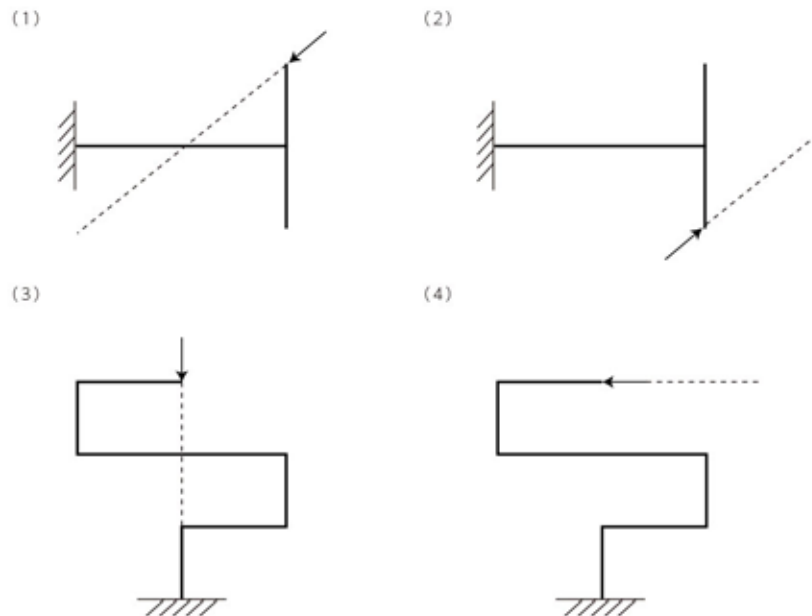


←下図のように架構の中間部にピン支点あるいはローラー支点がある場合は、通常M=0にならない。

■ 中間ピンで、モーメント荷重が加わっていない場合

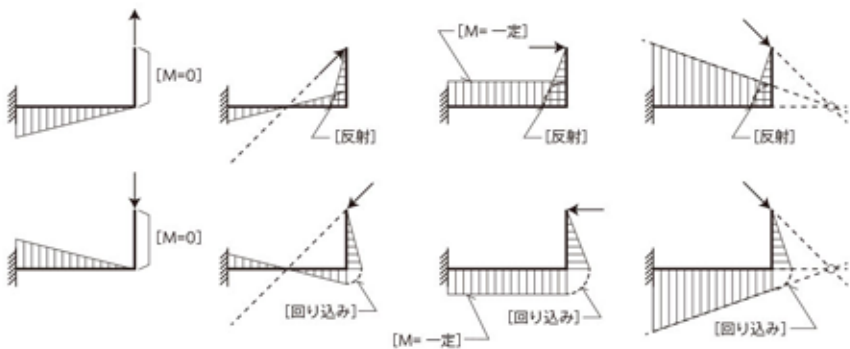


次の集中荷重が加わる片持支持構造の曲げモーメント図を描け。

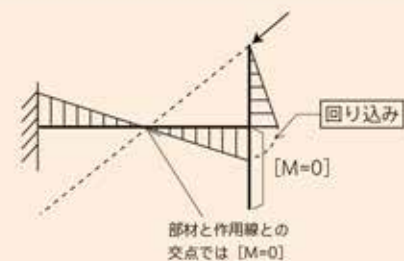


Memo

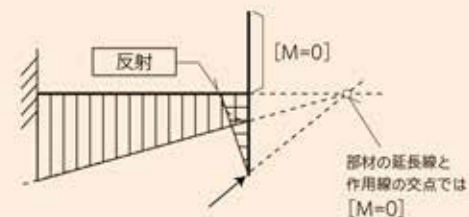
【M図の基本問題】



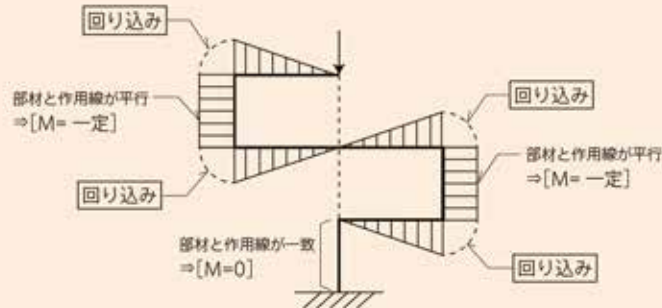
(1)



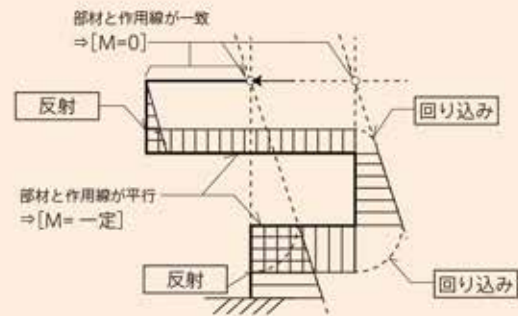
(2)



(3)

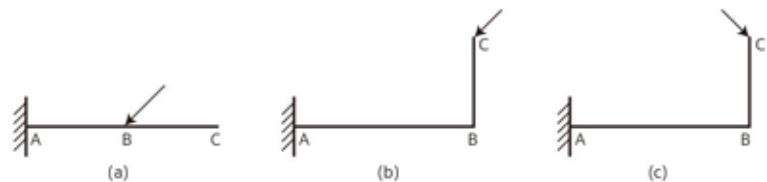


(4)



基本問題 1 片持梁+集中荷重

下図の (a)、(b)、(c) を図解法により M 図を描け。

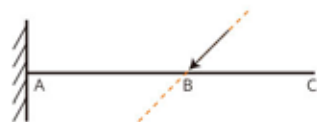


Nav

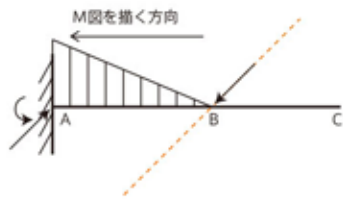
- 描き始めに部材のどちら側に M 図を描くのか考えよう。
- 問 (b)、(c) のように部材が折れ曲がった場合、M がどのように変化するかに注意して描いてみよう。

【(a)の解答】

①外力による作用線を描く。

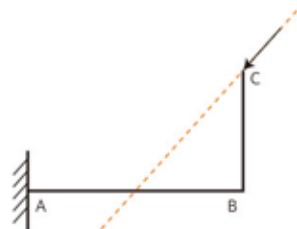


②BからAまで外力によるM図を描いていく。

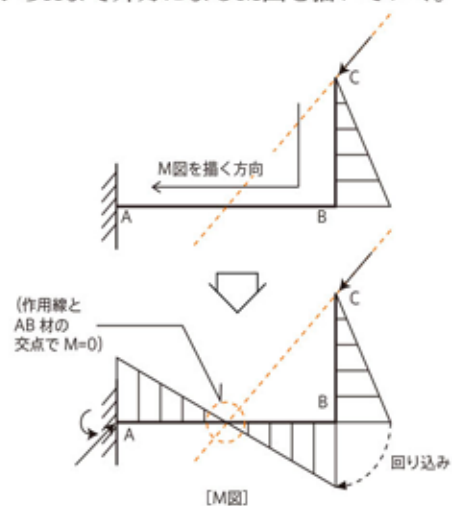


【(b)の解答】

①外力による作用線を描く。

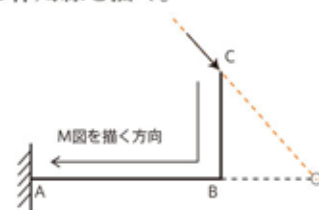


②CからAまで外力によるM図を描いていく。

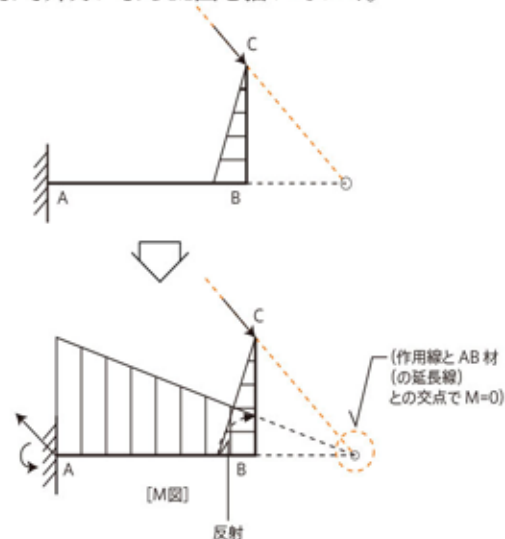


【(c)の解答】

①外力による作用線を描く。



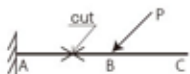
②CからAまで外力によるM図を描いていく。



←Point 1

- ←Point 1
- ←BC間はM=0
- P9の[Memo]を参照
- ←「点BのM図の描き始めにおいて、M図を部材のどちら側に描くか」の判断。

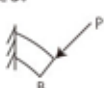
①B点から少し左で切断。



②切り口(点X)を固定端と考える。



③XB部材の変形を考える。

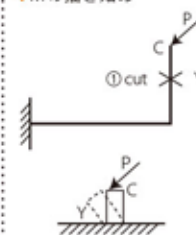


④上側が引張り → M図は上に描く

←Point 2

←Point 3

←Mの描き始め



- ②固定端と考える
- ③変形状態を考える
- ④右側引張
- M図は部材の右側になる。

←「回り込み」...

部材が折れている箇所のM図は、Mの釣合いより、「回り込み」か「反射」のいずれかとなる。

←Point 4

←Point 5

←Mの描き始め

...問(b)と逆になる。

←B点における「反射」

...[図解法の原則 Ⅱ]参照

同じ大きさ

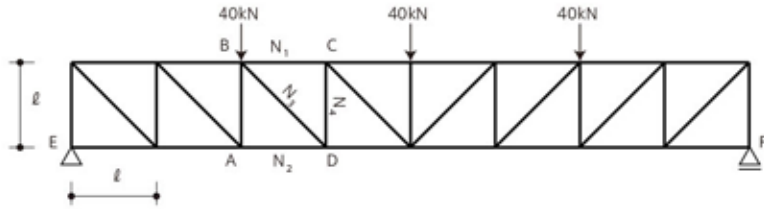


同じ大きさ

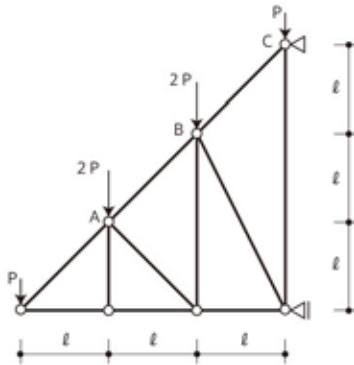


Challenges

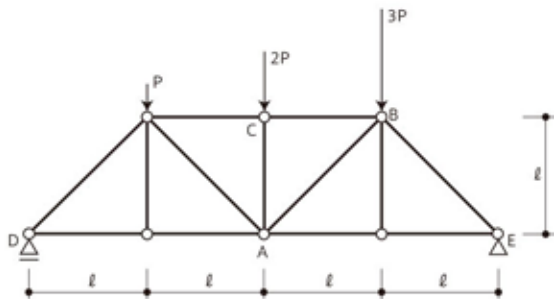
- 2-1** 図のような荷重を受けるトラス構造において、 $N_1 \sim N_4$ に生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とし、節点はすべてピン接合とする。



- 2-2** 図のような荷重を受けるトラス構造において、上弦材のAB、BCに生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。



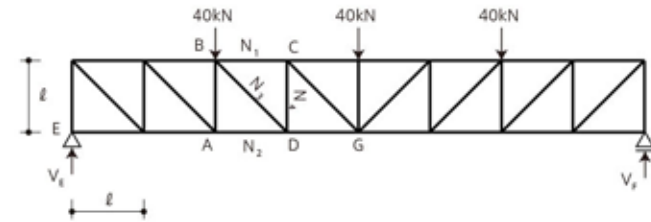
- 2-3** 図のような荷重を受けるトラス構造において、斜材ABに生じる軸方向力を求めよ。ただし、軸方向力は引張力を「+」、圧縮力を「-」とする。



Challenges 解答

- 2-1** ①反力を求める。

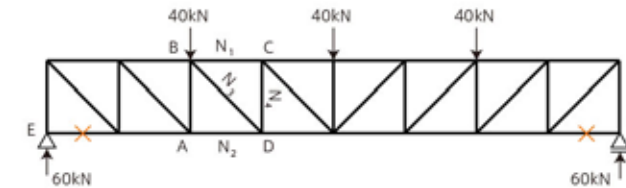
←Point 1



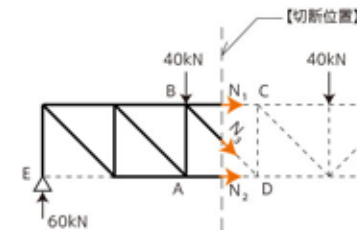
トラス構造も荷重も左右対称であるため、 $V_E = V_F$ となる。
したがって、

$$V_E = V_F = 3 \times 40 \text{ kN} \times \frac{1}{2} = 60 \text{ kN}$$

- ② $N=0$ の部材を見つける。



③ $N_1 \sim N_3$ が生じる部材を切断し、架構の左側を対象に考える。切り口に $N_1 \sim N_3$ を引張力と仮定し、釣合条件を立てる。



$$\sum_D M = 60 \text{ kN} \cdot 3l - 40 \text{ kN} \cdot l + N_1 \cdot l = 0 \quad \therefore N_1 = -140 \text{ kN} [\text{圧}]$$

$$\sum_B M = 60 \text{ kN} \cdot 2l - N_2 \cdot l = 0 \quad \therefore N_2 = 120 \text{ kN} [\text{引}]$$

$$\sum Y = 60 \text{ kN} (\uparrow) - 40 \text{ kN} (\downarrow) - \frac{N_3}{\sqrt{2}} (\downarrow) = 0 \quad \therefore N_3 = 20\sqrt{2} \text{ kN} [\text{引}]$$