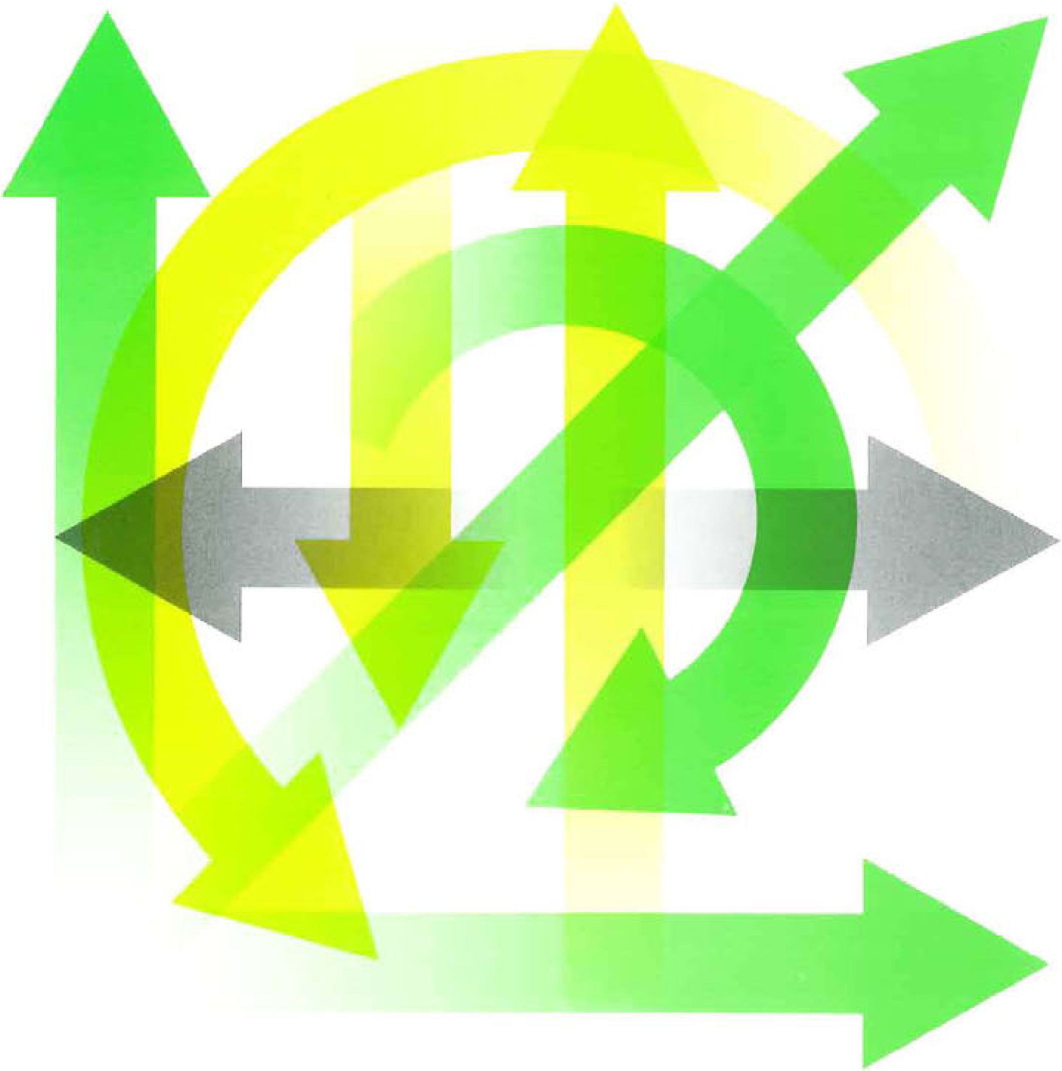
建築構造力学演習教科書

改訂第二版



谷　資信監修

谷　資信・井口道雄・寺田貞一・永坂具也著

彰国社

監　修
谷　資信

著　者
谷　資信
井口　道雄（東京理科大学名誉教授）
寺田　貞一（東京都立大学名誉教授）
永坂　具也（東海大学工学部教授）

まえがき

建築構造力学は，学生諸君にとって一般に難解だといわれています。建築の学科目の中で，特に構造が苦手だということをよく耳にします。何故なのでしょうか。それは途中から理解できなくなって，なげてしまうからではないでしょうか。途中から理解できなくなるということは，その前のことがよく理解されていないからだと思います。どんな学科目でも基礎からの積み重ねです。特に構造力学は基礎が大切です。基礎からの１段１段の積み重ねが確実であれば，途中から理解できなくなることはないはずです。一歩一歩理解していけば，途中からわからなくなることは考えられません。

恩師内藤多仲先生の人生訓に，「積み重ね，積み重ねても，また積み重ね」という名言があります。どんなことでも，この積み重ねの精神，努力こそ必要なのではないでしょうか。

この教科書は，構造力学の演習（基本事項・解説問題・演習問題）を通じて，一歩一歩の段階を踏んで理解できるようにしています。１項目２ページで，ちょうど100項目に分類してあります。あたかも100段の階段を上っていくように，一歩一歩と確実に上ることが大切です。最初の１段目を十分に理解していなければ，２段目はわかりません。２段目が理解されていれば，３段目は容易にわかるはずです。いきなり50段，100段をねらっても駄目です。１段１段の地道な努力こそが必要なのです。時間がかかっても，１段１段と上って，最後の100段まで頑張って下さい。100段まで上りきれば，構造力学への視界が開けます。素晴らしい構造の世界が展望できます。

まず，第１段目の「力と力のモーメント」から始まります。力の合成，分解，そして力の釣合いが，なんといっても力学の最も基礎的な事項です。それらを大分類して「力と荷重」としています。そして，その応用として「トラス」に移ります。トラスの応力の解き方，応力が加われば必ず変形しますから，その解き方に進みます。変形が理解されれば，不静定トラスの応力も理解できるようになります。次が「梁」です。梁の応力，変形の学習が終了すれば，「柱」へと進みます。ここで，座屈問題が入ってきます。ここを無事に通過すれば，後は楽になります。次が「ラーメン」，建築の主構造です。そして，次から構造を構成する部分として，「床」，「壁」，「基礎・杭・擁壁」と続いて終了します。100項目を貫徹すれば，構造力学の基礎は完全にマスターされたと考えてもよいでしょう。

最初に「構造から力学へ」，そして最後に「力学から構造へ」を述べました。建築構造と構造力学との相互関係を示したものです。

この教科書は，寺田貞一，井口道雄，永坂具也の三先生によって，なるべく理解しやすいように書かれました。また，東京理科大学の野村設郎先生にも一部協力していただきました。さらに，編集には，彰国社の中山重捷，斉藤絢野の両氏にお世話になりました。本書の作成にあたって，関係された皆さんに感謝いたします。

1990年秋

谷　資信

改訂にあたって

本改訂版を恩師　谷 資信先生の御霊に捧げます。

本書初版が発刊されてから13年が経過しました。この間，多くの学生諸君に愛読していただき，建築構造力学の理解と勉学に本書がいささかの貢献をしてきたことを思い，ご支援していただいた方々に衷心よりお礼を申し上げる次第です。

この13年の間に本書の内容を改めなければならない大きな出来事がありました。一つは力学の単位が従来の「重力単位」からSI単位（国際単位）に移行したこと，もう一つは1998年に建築基準法が，2000年には建築基準法施行令の中の構造計算規定が大幅に改正されたことです。このような事から，本書の内容を改める必要に迫られましたが，本書を監修された谷　資信先生が1999年に急逝されるという痛恨の出来事があり，改訂の必要性を感じながらもその機会を逸していました。

この度，彰国社から時機を得て本書改訂のお話を戴き，改訂にあたっては内容の変更を最小限に留め，本書の特徴である「1項目見開き2ページで100項目」の基本原則をそのまま生かし，以下の3点に焦点を絞って内容を改めることにしました。

（1） 単位はすべてSI単位に統一する。
（2） 建築基準法施行令の改正に合わせて荷重に関する項を改める。
（3） 旧版で比較的利用頻度が低いと思われる項目は割愛し，新たに剛性マトリックス法の項目を設ける。

このような経緯で，改訂版としての本書を再び世に送り出すことになりました。読者諸兄のご批判を戴ければ幸いです。

2003年3月

著者ら記す

改訂第二版の発刊にあたって

本書改訂版が発刊されて約2年が経過しましたが，この間に読者の方々から本書の内容について貴重なご意見とご指摘をお寄せいただきました。ここに，深く感謝の意を表します。

この度の改訂第二版の発刊にあたりましては，いただいたご指摘等を踏まえ，表記上の訂正に加え表現の一部修正を行いました。

引き続き読者諸兄のご批判とご支援をいただければ幸いです。

2005年7月

著者ら記す

目　次

この演習教科書を学習する前に …… 9

1．構造から力学へ …… 10

2．力と荷重 …… 12

2.1　力とモーメント …… 12

2.2　力の合成と分解 …… 14

(1) 1点に交わる力の合成（図式解法，数式解法）
(2) 1点に交わらない力の合成（図式解法）
(3) 1点に交わらない力の合成（数式解法）
(4) 力の分解（図式解法）
(5) 力の分解（数式解法）

2.3　力の釣合い …… 24

(1) 1点に交わる力の釣合い
(2) 1点に交わらない力の釣合い

2.4　荷　重 …… 28

(1) 鉛直荷重（固定，積載，積雪）
(2) 風荷重の計算
(3) 地震力の考え方
(4) 地震荷重の計算

3．トラス …… 36

3.1　引張応力と圧縮応力 …… 36

(1) 引張応力と圧縮応力
(2) 棒の荷重－変形曲線
(3) 節点での力の釣合い

3.2　静定トラスの応力 …… 42

(1) トラスの種類と解析上の仮定
(2) 安定と不安定，静定と不静定
(3) 反力の計算
(4) トラスの応力計算（数式解法）
(5) トラスの応力計算（切断法）
(6) トラスの応力計算（図式解法）

3.3　静定トラスの変形 …… 54

(1) 仮想仕事法
(2) エネルギー法
(3) 温度変化による変形

3.4　不静定トラスの応力 …… 60

(1) 応力法
(2) 最小仕事の原理の応用
(3) 剛性法
(4) 温度応力

4．梁 ……………………………………………………………………… 68
4.1 静定梁の応力 ……………………………………………………… 68
(1) 反力の計算
(2) 曲げモーメント・せん断力
(3) 集中荷重・集中モーメントを受ける梁の応力
(4) 等分布荷重・等変分布荷重を受ける梁の応力
(5) 曲げモーメント・せん断力・荷重間の関係
(6) 断面1次モーメント・図心
(7) 断面2次モーメント・断面係数
(8) 断面極2次モーメント
(9) 曲げ応力度
(10) せん断応力度
(11) 薄肉断面のせん断応力度とせん断中心
(12) モールの応力円・主応力度
(13) ねじりを受ける梁の応力
4.2 静定梁の変形 ……………………………………………………… 94
(1) 垂直ひずみ度・せん断ひずみ度・弾性係数間の関係
(2) 曲げ変形と曲率
(3) 弾性曲線式
(4) モールの定理
(5) ひずみエネルギーとカスティリアーノの定理
(6) 相反作用の定理
(7) 仮想仕事法
(8) 衝撃力を受ける梁
4.3 不静定梁の応力 ………………………………………………… 110
(1) 弾性曲線式による解法
(2) 重ね合せの原理
(3) 応力法
(4) 最小仕事の原理
(5) たわみ角法
4.4 梁の終局耐力 ……………………………………………………… 120
(1) 鉄骨梁断面の曲げ耐力
(2) 鉄筋コンクリート梁断面の曲げ耐力
(3) 不静定梁の終局耐力

5．柱 ……………………………………………………………………… 126
5.1 柱の応力と変形 …………………………………………………… 126
(1) 偏心荷重を受ける短柱の弾性応力
(2) 偏心荷重を受ける短柱の弾塑性応力
(3) 直圧を受ける鉄筋コンクリート柱
5.2 座　屈 ……………………………………………………………… 132
(1) 偏心荷重を受ける柱
(2) 両端ピン支持柱
(3) 両端固定柱
(4) 断面相乗モーメントと主軸
(5) 非対称断面柱
(6) 弾塑性座屈

6．ラーメン ……………………………………………………………… 144
6.1 静定ラーメン ……………………………………………………… 144
(1) 不静定次数
(2) 単純支持ラーメンの応力
(3) 3ヒンジラーメンの応力（その1）
(4) 3ヒンジラーメンの応力（その2）
(5) 3ヒンジ異形ラーメンの応力
(6) 変形の計算
6.2 不静定ラーメン――たわみ角法―― ……………………………… 156
(1) たわみ角法基本式
(2) 節点移動のないラーメン
(3) 水平荷重を受けるラーメン
(4) 剛性マトリックス法（その1）
(5) 剛性マトリックス法（その2）
(6) 剛性マトリックス法（その3）
6.3 不静定ラーメン――固定法―― …………………………………… 168
(1) 分配率・到達率・有効剛比
(2) 固定法の計算手順
(3) 節点移動のないラーメン
(4) 節点移動のあるラーメン
(5) 強制変位を受けるラーメン
6.4 ラーメンの終局荷重 ……………………………………………… 178
(1) 荷重増分法
(2) メカニズム法
(3) 仮想仕事法

7．床 ……………………………………………………………………… 184
(1) 木造床
(2) 直交梁の応力
(3) 床板の応力

8．壁 ……………………………………………………………………… 190
(1) 壁の曲げ変形とせん断変形
(2) 壁を含むラーメンの応力計算
(3) 横力分担率
(4) 剛心と重心
(5) 偏心率と剛性率

9．基礎・杭・擁壁 ……………………………………………………… 200
(1) 地反力
(2) 独立フーチング基礎
(3) 連続フーチング基礎
(4) 複合フーチング基礎・べた基礎
(5) 杭基礎
(6) 擁　壁

10．力学から構造へ …………………………………………………… 212

演習問題解答 …………………………………………………………… 214

2. 力と荷重

2.1 力とモーメント

基本事項

(1) 力：静止または運動している物体に働いて，その状態を変化させる原因となるものを力という。通常，力は F, P, R, W などの記号を用いて表わし，その大きさは $\bar{F}$ のように表わす。

(2) 単位：質量 1 kg の物体に働き，1 m/s² の加速度を生じさせる力を 1 ニュートン（記号Nで表わす）とし力の単位に用いる。したがって 1 Nは 1 kg·m/s² である。この表示はSI 単位に基づくものである。必要に応じて kN＝10³N，MN＝10⁶N，GN＝10⁹N を用いる。

地球上の物体はその引力により加速度（g≒9.8 m/s²）を生じる。したがって，質量 1 kg の物体には約9.8N の力（重力）が作用している。以前，工学では，9.8N を 1 kgf の力として用いていた。これを力の重力単位という。なお，kgf と表わすのは，力と質量を区別するためである。

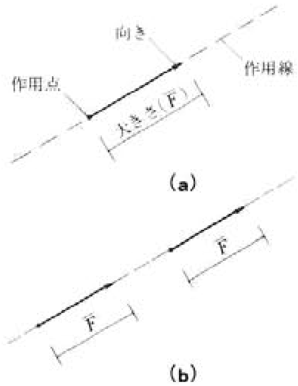


図 2.1.1 力の表示

(3) 力の三要素：力を表わすためには，その大きさ，方向および作用点（または作用線）の三要素が必要である。したがって，この三要素がすべて等しい場合は同じ力である。このようなものをベクトルという。力を図示するときは，図 2.1.1(a)のように描く。力Fの大きさ $\bar{F}$ は線の長さで，その方向は矢印で示す。なお，変形しない物体（剛体という）では，図(b)のように力の作用点を作用線上で移動しても，力の効果は変わらない。いいかえると，力の作用点を作用線上で移動しても，同じ働きをもつ。

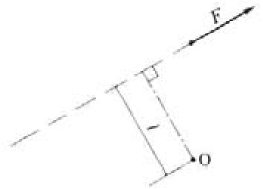


図 2.1.2 モーメント

(4) モーメント：物体に回転を起こさせる能力をモーメントという。力 F(N) による点Oのモーメント M_o は，力と点Oから力の作用線までの垂直距離 l (m) の積として定義される。図2.1.2をみて，モーメント M_oは，

$$M_o = Fl \ (\mathrm{N \cdot m}) \tag{2.1.1}$$

である。モーメントは力Fが同一作用線上にあり，同方向を向いていれば作用点に関係なく同じ値になることがわかる。力が点Oに対して時計回りに働くときは正のモーメント，逆のときは負のモーメントと定義する。その単位は N·m である。図示する場合は図2. 1. 3のように描く。

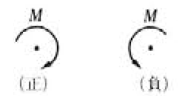


図 2.1.3 モーメントの表示

(5) 偶力：等しい大きさをもち，向きが反対で，かつ互いに平行な一対の力を偶力という（図2.1.4）。偶力によるモーメントを偶力モーメントといい，図2.1.4の場合，$-Fe$ である。

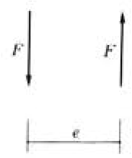


図 2.1.4 偶力

──〔解説問題2. 1-1〕──

図2. 1. 5の力の作用について説明せよ。

図 2.1.5 力の作用

(a) 2 力の大きさは同じで，同一作用線上にある。向きは反対である。
(b) 2 力の大きさは同じであるが，作用線が異なる。
(c) 2 力は同一作用線上にあるが，力の大きさが異なる。
(d) 同一作用線上にあり，大きさと向きも同じであるから両者は同じ力である。

──〔解説問題2. 1-2〕──

質量m(kg)の静止物体に，時間 $t=0$ より力 F(N) が働いている。t 秒後の物体の加速度，速度および変位を求めよ。

力Fは質量mと加速度αの積に比例するから，

$$F = m \cdot \alpha \quad (\mathrm{N = kg \cdot m/s^2}) \tag{2.1.2}$$

である。加速度は，

$$\alpha = \frac{F}{m} \quad (\mathrm{m/s^2}) \tag{2.1.3}$$

となり，一定である。t 秒後の速度 V_t は，

$$V_t = \int_0^t \alpha\, dt = \alpha t = \frac{Ft}{m} \quad (\mathrm{m/s}) \tag{2.1.4}$$

であり，時間tに比例して増える。t 秒後の変位 X_t は，初めの位置を原点にとると，

$$X_t = \int_0^t V\, dt = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{Ft^2}{2m} \quad (\mathrm{m}) \tag{2.1.5}$$

と求められる。変位は時間tの 2 乗に比例して増加する。式（2.1.2）～(2.1.5) より加速度，速度および変位は力Fに比例し，質量mに反比例することがわかる。なお，物体は力の作用線上を力の作用方向へ移動する。

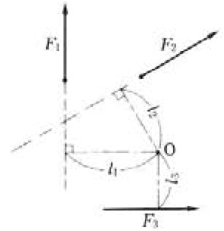


図 2.1.6 力によるモーメント

──〔解説問題2. 1-3〕──

図2. 1. 6の 3 力（F_1, F_2, F_3）による点Oのモーメントを求めよ。

モーメントはそれぞれの力のモーメントの和として求められる。距離は点Oから，それぞれの力の作用線へ垂線を引いて求める。力の方向を考慮して，モーメントM_oは，

$$M_o = F_1 l_1 + F_2 l_2 - F_3 l_3 \tag{2.1.6}$$

である。

──〔解説問題2. 1-4〕──

図2. 1. 7の偶力による点Oのモーメントを求めよ。

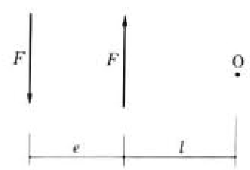


図 2.1.7 偶力モーメント

$$M_o = -F(l+e) + F \cdot l = -F \cdot e \tag{2.1.7}$$

偶力モーメント M_o は，力Fと距離eのみにより決まり，距離lには無関係である。すなわち，点Oの位置に依存しない。**2. 2 力の合成と分解**で述べるが，偶力の合力は 0 である。したがって，偶力は偶力モーメントだけで表わせる。これより，一般に偶力モーメントはその位置を移動しても，同じ作用をもつことがわかる。

〔演習問題2. 1-1〕

図2. 1. 8の力の大きさを求めよ。

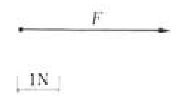


図 2.1.8 力

〔演習問題2. 1-2〕

図2. 1. 9の力Fを，これと平行な 1-1 線上の力で表わせ。
（ヒント：力とモーメントで表わす。）

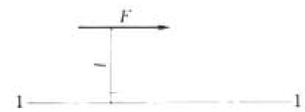


図 2.1.9 力

〔演習問題2. 1-3〕

図2. 1. 10の力Fによる点Oのモーメントを求めよ。

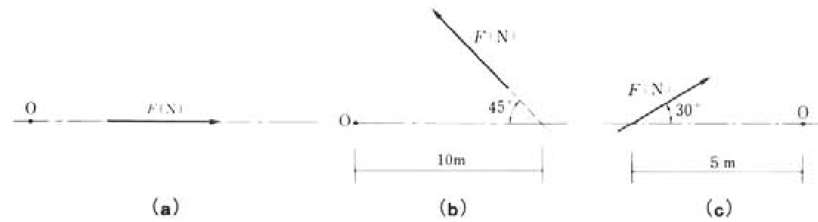


図 2.1.10 F によるモーメント

3．トラス

3.1　引張応力と圧縮応力　(1)　引張応力と圧縮応力

基本事項

質量 m(kg)の物体を，図3.1.1(a)の丸棒で吊る。地球上の物体は重力の加速度 g を受ける。g の大きさは場所により多少変わるが，9.80 (m/s²) と考えてよい。したがって，丸棒に加わる力 N は $m\times g$ であり，下方に引っ張られる。

● **支点反力**

支点Aの力 R_A は上向きの力を正，下向きの力を負とすると，力の釣合いにより，

$$-N+R_A=0 \qquad \therefore \quad R_A=N \tag{3.1.1}$$

R_A を支点反力といい，この場合合力 N と同じ大きさで，向きは N とは逆に上向きである。図3.1.1(b)のように，棒はその両端において大きさ N の力で引っ張られている。

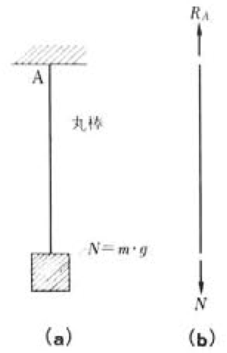


図 3.1.1　棒の引張

──〔解説問題3.1-1〕──

図3.1.1の棒の半径を r とする。棒の内部の力について考察せよ。

● **応力**

棒の任意の位置 x で棒の中心線に対して直角な断面を考え，そこで切断した状態を考える。棒が元の状態を保つためには，切断しないときにあった力を考えればよい。すなわち，切断面より下の部分について，図3.1.2のように力 N_{x1} を仮定すると，力の釣合いから，

$$N_{x1}-N=0 \qquad \therefore \quad N_{x1}=N \tag{3.1.2}$$

となる。N_{x1} は上向きである。上の部分についても同様に，

$$N_{x2}+N=0 \qquad N_{x2}=-N \tag{3.1.3}$$

となり，N_{x2} は下向きである。すなわち，この断面では，大きさ N で，向きが反対の力を生じている。この力を応力という。棒に力を加えるとその内部に応力を生じることになる。棒の応力はその軸方向に向いているから，軸方向力または軸力という。棒が引っ張られているので引張力を生じる。図3.1.3のように棒の上に物体を乗せれば，棒には圧縮力を生ずる。すなわち，軸力には引張力と圧縮力がある。引張力は正(＋)，圧縮力は負(－)の符号を用いて表わすことが多い[*1]。

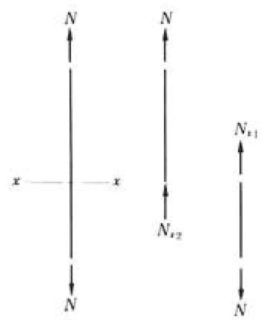


図 3.1.2　引張力

● **応力分布と応力度**

上で求めた応力は切断面の各部分に生じた応力の合力である。さらに詳しく切断面の各部分の応力を考えよう。上の場合，棒は対称断面である。また，外力は棒の中心に加わっているものとする。棒は真っすぐ下方へある長さだけ伸びた後に静止する。棒のどの部分も同じように伸びたのであるから，同じような応力状態にあると考えるのが妥当であろう[*2]。したがって，応力は断面のすべての部分で等しいと考えられる。逆に考えて応力が等しくないとすると棒は曲がることになり，矛盾が起こる。単位断面積当りの力を応力度といい，記号 σ で表わす。引張応力度は σ_t，圧縮応力度は σ_c と書く。力 N は断面各部の応力度の和であるから，

$$N=\pi r^2\sigma_t \qquad \therefore \quad \sigma_t=\frac{N}{\pi r^2}=\frac{N}{A} \tag{3.1.4}$$

である。均一な応力度の場合，応力度は外力を材の断面積で割ることにより求められる。単位としては N/mm²＝MPa，kN/mm² 等が用いられている。

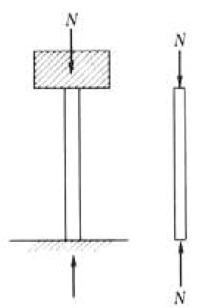


図 3.1.3　棒の圧縮

*1)　このほかにせん断力，曲げモーメント，ねじりモーメント等の応力がある。
*2)　詳しくは3.1(2)「棒の荷重－変形曲線」を参照のこと。

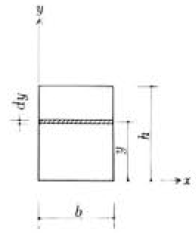


図 3.1.4　矩形断面

● **断面の図心**

断面内の引張応力度が均等になるような外力の加力点の位置について考えよう。図3.1.4に示す矩形断面について考える。引張応力度 σ_t は一定である。合力 N は $A\sigma_t=bh\sigma_t$ である。x 軸に関する曲げモーメント M_x は2.1のモーメントの定義より，

$$M_x=\int_0^h(b\sigma_t dy)y=b\sigma_t\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^h=(bh\sigma_t)\frac{h}{2}=N\times\frac{h}{2} \tag{3.1.5}$$

であり，合力 N を $y=h/2$ に加えたのと同じモーメントになる。y 軸のモーメント M_y からは下の関係が得られる。

$$M_y=\int_0^b(h\sigma_t dx)x=(bh\sigma_t)\frac{b}{2}=N\times\frac{b}{2} \tag{3.1.6}$$

したがって，均等な引張応力度 σ_t を合力(引張力) N で置き換えるためには，その位置 (x_1, y_1) が $(x_1=b/2,\ y_1=h/2)$ であればよい。この点を断面の図心という。合力を N だけで表わせたわけだから，σ_t の図心に関するモーメントは0である。これを確認しよう。x 軸について下のように計算できる。y 軸も同じである。

$$M_x=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_t bydy=b\sigma_t\left[\frac{y^2}{2}\right]_{-h/2}^{h/2}=0 \tag{3.1.7}$$

なお，図心の定義と求め方については 4.梁で述べる。

● **任意の断面の応力度**

棒の軸に対し，図3.1.5のように傾いた断面B－Bの応力について考える。図中に示したように，力 N を断面に垂直な力と平行な力に分ける。断面に平行に作用する力をせん断力という。いま図3.1.6の材の断面 A に下向きのせん断力 Q があるとする。すぐ近くの断面 B のせん断力は，上下方向の力の釣合いより，大きさ Q で上向きとなることがわかる。この力は棒を直角に切るように働くのでせん断力と呼ぶ。詳しくは，4.梁で述べる。

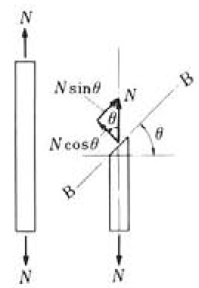


図 3.1.5　応力

2章で学んだ力の分解により，断面に垂直な力は $N\cos\theta$ であり，平行な力は $N\sin\theta$ となる。断面内の応力度は均等な分布であるから，垂直応力度 σ_θ は，

$$\sigma_\theta=\frac{N\cos\theta}{A/\cos\theta}=\frac{N}{A}\cos^2\theta=\sigma_t\cos^2\theta=\frac{1}{2}\sigma_t(1+\cos 2\theta) \tag{3.1.8}$$

である。断面に平行な力（単位面積当りの力）をせん断応力度といい，記号 τ で表わす。上と同様に計算すると，τ_θ は，

$$\tau_\theta=\frac{N\sin\theta}{A/\cos\theta}=\frac{N}{A}\sin\theta\cos\theta=\sigma_t\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}\sigma_t\sin 2\theta \tag{3.1.9}$$

と求められる。

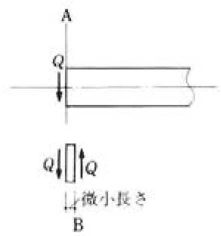


図 3.1.6　せん断応力

応力度 σ_θ，τ_θ は角度 θ の関数であり，計算すると図3.1.7のようになる。σ_θ は $\theta=0$ のとき最大であり，$\theta=\pi/2$ のとき0となる。τ_θ は $\theta=\pi/4$ のとき最大であり，$\theta=0$ と $\pi/2$ のとき0となる。すなわち，引張応力度は棒の軸に直角な断面で最大であり，この断面にはせん断応力度は生じない。せん断応力度が0で，引張または圧縮応力度のみがある断面を主応力面といい，その応力度を主応力度という。したがって，上の場合は，$\theta=0$ と $\pi/2$ が主応力面である。

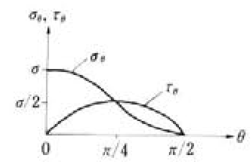


図 3.1.7　応力度

主応力面は二つあり，直交する。また，応力度の最大値と最小値が主応力度になっている。詳細は 4.梁を参照のこと。

最大せん断応力度は棒の軸線に対し $\pi/4$ 傾いた面に生じ，その値はこの場合主応力度 σ の半分である。また，この面に生じる引張応力度に等しい大きさとなっている。

〔演習問題3.1-1〕

図3.1.8の矩形断面をもつ棒の図心で，棒軸方向に 5 kN の引張力を加えた。棒軸に直角な断面の応力度を求めよ。

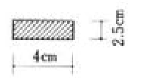


図 3.1.8　断面

〔演習問題3.1-2〕

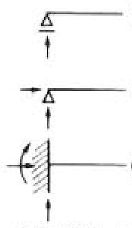
【問題3.1-1】で，棒軸に対し30°傾いた断面の応力度を求めよ。

4．梁

4.1　静定梁の応力　(1)　反力の計算

基本事項

構造物の全体としての移動，回転が生じないように，構造物の変位を局部的に拘束する位置を支点という。力に関していえば，荷重・外力の作用に対して構造物が釣合い状態を得るように支持しているのが支点である。支点において構造物の変位を拘束する力，すなわち，荷重・外力に応じて作用する力を反力という。部材および作用する荷重がすべて同一平面内にあるような場合に関しては，支点は図4.1.1に示す3種類に大別して扱われる。図(a)は一方向の移動のみを拘束し，それと直交方向の移動および回転については自由な支点でローラー支点と呼び，反力は移動の拘束される方向のみに考えられる。図(b)は任意の移動，言い換えれば直角2方向の移動を拘束し，回転については自由な支点でピン支点と呼び，反力は任意方向すなわち直角2方向に考えられる。図(c)は任意の移動および回転を拘束する支点で固定支点と呼び，反力としては直角2方向の力に加えて回転を拘束するためのモーメントが考えられる。図(a)～(c)の順に拘束が厳しくなることになる。いずれも考えられる拘束条件を理想化したもので，実際の力学的な検討に際しては，各支点がいずれの拘束条件に近いかを判断して選択すべきものである。



（矢印は移動・回転の拘束される方向と同時に，反力の考えられる方向を示す。）

図 4.1.1　支点の種類

横荷重（材の横断方向に作用する荷重）を受けて支持される材を梁という。本項では，静定梁についての反力の求め方を学ぶ。その要点は，各支点においてそれぞれ考えられる方向に反力を想定あるいは仮定し，荷重・外力とあわせて2.3で学んだ力の釣合い条件を満たすように，それらの反力を定めるということである。釣合い条件を図式的，数式的に改めて示せば以下のようになる。

● **図式的釣合い条件**

示力図，連力図がいずれも閉じる。

● **数式的釣合い条件**

$$\Sigma X=0,\quad \Sigma Y=0,\quad \Sigma M=0$$

上式において，ΣX，ΣY，ΣM は，それぞれ荷重，外力，反力を含めて梁に作用するあらゆる力の水平方向の成分の和，鉛直方向の成分の和およびモーメントの和を表わす。

——〔**解説問題4. 1-1**〕——

図4. 1. 2に示す梁の各反力を求めよ。

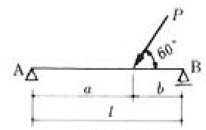
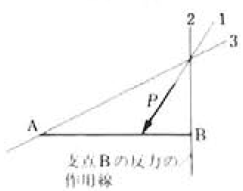
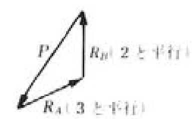


図 4.1.2

1)　図式解法　ローラー支点Bに考えられる反力の作用線は図4. 1. 3(a)に示される鉛直方向の直線2と定まっている。他方，ピン支点Aに考えられる反力の作用方向はあらかじめ特定することはできないが，点Aを通ることは自明である。よって，A，Bに作用する二つの反力と荷重Pの3力が釣り合うためには，3力の作用線が1点で交わるという釣合い条件から，図(a)に示されるPの作用線1とローラー支点の反力の作用線2との交点と点Aとを結ぶ直線3が，ピン支点の反力の作用線に一致しなければならない。これより，図(b)に示すように，適当なスケールで荷重Pの矢印を描き，Pの始点・終点より，それぞれ直線2，3への平行線を引いてできる三角形をつくり，示力図として閉じるようにP以外の2辺に矢印をつければ，2と平行な矢印 R_B が点Bの反力，3と平行な矢印 R_A が点Aの反力として求められる。



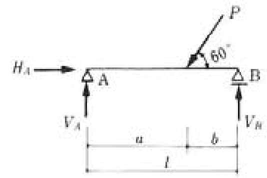
(a)



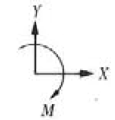
(b)　示力図

図 4.1.3　図式解法

2)　数式解法　ピン支点A，ローラー支点Bに考えられる反力を図4. 1. 4に示すように仮定する。ここで，H_A，V_A は，それぞれ図式解法で示された反力 R_A の水平，鉛直方向の成分を表わす。これとは別に，反力 R_A の大きさと方向（たとえば梁ABとなす角度）を仮定することもできるが，通常は，このように水平，鉛直の成分を仮定するほうが簡便である。また，V_B は R_B とまったく同等であるが，それが鉛直方向



(a)　反力の仮定



(b)　力の正の向きの約束

図 4.1.4

の力であることは既知なので，V_A と同じ記号法によったものである。さらに，力の釣合い条件式を適用するには力の正の向きをあらかじめ定めておくことを要するが，ここでは，水平，鉛直の力，およびモーメントについて，いずれも図(b)に示す矢印の向きを正(＋)の向きとする。

$$\Sigma X=0:\quad H_A-P\cos 60°=0\qquad \therefore\ H_A=0.5P$$

$$\Sigma M_{(B)}=0:\quad V_A\times l-P\times(b\sin 60°)=0\qquad \therefore\ V_A=\frac{\sqrt{3}\,b}{2l}P$$

上式の $\Sigma M_{(B)}$ における添字(B)はモーメント中心として点Bを選んだことを明示したものである。$\Sigma M=0$ の式では，どの点に関するモーメントを考えてもよいが，このように支点のいずれかについて考えると，そこに作用する未知の反力が式中に現れないので，方程式の解が楽に得られる。

$$\Sigma Y=0:\quad V_A+V_B-P\sin 60°=0\qquad \therefore\ V_B=\frac{\sqrt{3}}{2}P-V_A=\frac{\sqrt{3}\,a}{2l}P$$

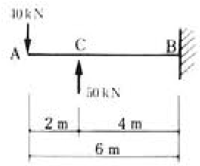
H_A, V_A, V_B がいずれも正(＋)の値として得られたが，これは，実際の反力の向きがいずれも仮定したとおりの向きであったことを意味する。他方，負(－)の値となる結果が得られれば，実際の反力の向きは仮定とは逆向きであることを意味する。

以上において，図式，数式の2通りの解法を示したが，数式解法のほうが一般に機械的に解が得られるので，本章では以降は数式解法による場合だけを示すことにする。

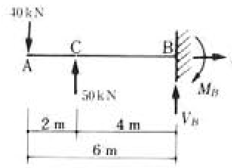
なお，この梁のようにピン支点，ローラー支点の二つによって支持される支持状態を単純支持，単純支持される梁を単純梁という。また，図4. 1. 5に示すような一端が固定支点，他端が自由な（変位の拘束されない）梁を片持ち梁（あるいはキャンティレバー）といい，固定支点の端を固定端，自由な端を自由端という。

——〔**解説問題4. 1-2**〕——

図4. 1. 5(a)の片持ち梁の反力を求めよ。



(a)



(b)

図 4.1.5

図(b)のように反力を仮定すると，

$$\Sigma X=0:\quad H_B=0$$

$$\Sigma Y=0:\quad V_B-40\text{kN}+50\text{kN}=0\qquad \therefore\ V_B=-10\text{kN}$$

$$\Sigma M_{(B)}=0:\quad M_B-40\text{kN}\times 6\text{m}+50\text{kN}\times 4\text{m}=0\qquad \therefore\ M_B=40\text{kN}\cdot\text{m}$$

V_B については負の値として得られたので，その実際の向きは図(b)の仮定の向きとは逆である。なお，$\Sigma M_{(B)}=0$ の式中，固定支点の反力モーメントM_Bは偶力であるから，モーメント中心の位置によらず，そのままの大きさ M_B として現れる。また，この梁には水平方向の成分を有する荷重が作用していないので，固定支点に考えられる水平反力が0となることは自明であるが機械的な解法手順の結果として示した。

〔**演習問題4. 1-1**〕

図4. 1. 6の梁の反力を求めよ。

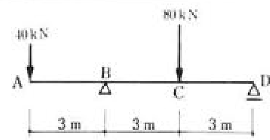


図 4.1.6

〔**演習問題4. 1-2**〕

図4. 1. 7の片持ち梁の反力を求めよ。

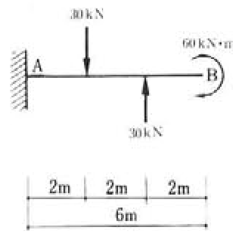


図 4.1.7